(8 pages)

S.No. 9059 T **22 SCACMM 3 A**

(For candidates admitted from 2022–2023 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022.

Part III — Allied

CALCULUS AND FOURIER SERIES

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (20 Marks)

Answer ALL questions.

I. (A) Multiple choice questions: $(5 \times 1 = 5)$

1. வளைவின் தொடுநிலை 'P' கீழே இருக்கும் பொழுது என்னவென்று கூறுவர்

(அ) குவிந்த (ஆ) குழிவான

(இ) குவிந்த மேல்நோக்கு (ஈ) குழிந்த கீழ்நோக்கு

If the curve is below the tangent at P is said to be

(a) convex (b) concave

(c) convex upwards (d) concave downwards

2. $\int u\,dv$ -ன் சூத்திரம் என்ன?

(அ) $uv + \int v du$ (ஆ) $uv - \int v du$

(இ) $u^2v^2 + \int v^2\,du$ (ஈ) $u^2 - v^2 - \int v^2\,du$

What is the formula for $\int u\,dv$?

(a) $uv + \int v du$ (b) $uv - \int v du$

(c) $u^2v^2 + \int v^2\,du$ (d) $u^2 - v^2 - \int v^2\,du$

3. மதிப்பிடுக $\int_0^a\int_0^b\int_0^c dx\,dy\,dz$.

(அ) abc (ஆ) $-abc$

(இ) $\frac{a^2b^2c^2}{2}$ (ஈ) $\frac{-a^2b^2c^2}{2}$

Evaluate $\int_0^a\int_0^b\int_0^c dx\,dy\,dz$.

(a) abc (b) $-abc$

(c) $\frac{a^2b^2c^2}{2}$ (d) $\frac{-a^2b^2c^2}{2}$

4. $L^{-1}\left(\frac{1}{(s+a)^2}\right)$ -ன் மதிப்பு காண்க

(அ) $e^{-at}t$ (ஆ) $e^{at}t$

(இ) $e^{-at}t^2$ (ஈ) $e^{at}t^2$

Find $L^{-1}\left(\frac{1}{(s+a)^2}\right)$

(a) $e^{-at}t$ (b) $e^{at}t$

(c) $e^{-at}t^2$ (d) $e^{at}t^2$

5. $f(x) = -f(-x)$ எனில் $f(x)$ -யை எவ்வாறு கூறுவர்

(அ) odd (ஆ) even

(இ) sine (ஈ) cosine

If $f(x) = -f(-x)$ then $f(x)$ is said to be

(a) odd (b) even

(c) sine (d) cosine

(B) Fill in the blanks: (5 × 1 = 5)

6. $x^3 + y^3 + 3axy$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -ன் மதிப்பு காண்க.

If $x^3 + y^3 + 3axy$ find $\frac{dy}{dx} =$ ————————.

7. $\frac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}}dx =$ -ன் மதிப்பு காண்க.

Find $\frac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}}dx =$ ————————.

8. $\overline{|n+1} =$ -ன் மதிப்பு காண்க.

Find the value of $\overline{|n+1} =$ ————————.

9. $L(\cosh at) =$ -ன் மதிப்பு காண்க.

Find $L(\cosh at) =$ ————————

10. பூரியர் வரிசையின் சூத்திரத்தை எழுதுக ————————.

Write Fourier series formula ————————

II. Answer the following questions: (5 × 2 = 10)

11. $u = \sin(ax + by + cz)$-ன் பகுதி வேறுபாடு குணத்தின் மதிப்பு காண்க.

Find the partial differential co-efficient of $u = \sin(ax + by + cz)$.

12. மதிப்பிடுக $\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$.

Evaluate $\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$.

13. பீட்டா செயல்பாட்டினை வரையறு.

Define Beta function.

14. $L(t^2 + 2t + 3)$-ன் மதிப்பு காண்க.

Find $L(t^2 + 2t + 3)$.

15. ஒற்றைப்படை மற்றும் இரட்டைப்படை செயல்பாட்டினை வரையறு.

Define odd and even function.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $y = 3x^2 - 2x^3$ என்ற வளைவு நோக்கு குழிவானால் x-ன் மதிப்பு என்ன மற்றும் x-ஆனது எப்பொழுது குவிந்த மேல்நோக்கு நிலையில் இருக்கும்?

What values of x is the curve $y = 3x^2 - 2x^3$ concave upwards and when it is convex upwards?

Or

(ஆ) $v = \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{\frac{-1}{2}}$ எனில் $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0$ எனக்காட்டுக.

If $v = \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{\frac{-1}{2}}$ show that $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0$.

17. (அ) மதிப்பிடுக $\int \frac{dx}{(3+x)\sqrt{x}}$.

Evaluate $\int \frac{dx}{(3+x)\sqrt{x}}$.

Or

(ஆ) மதிப்பிடுக $\int_0^\pi \frac{dx}{5 + 4\cos x}$.

Evaluate $\int_0^\pi \frac{dx}{5 + 4\cos x}$.

18. (அ) மதிப்பிடுக $\int \left(\frac{5-x}{(x-2)}\right)^{\frac{1}{2}} dx$.

Evaluate $\int \left(\frac{5-x}{(x-2)}\right)^{\frac{1}{2}} dx$.

Or

(ஆ) மதிப்பு காண்க $\iiint xyz\,dx\,dy\,dz$ கோளத்தின் நேர்மறை எட்டில் உள்ள $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ஒரு பகுதியை மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iiint xyz\,dx\,dy\,dz$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

19. (அ) $L\left(te^{-t} \sin -t\right)$-ன் மதிப்பு காண்க.

Find $L\left(te^{-t} \sin -t\right)$.

Or

(ஆ) $L\left(\frac{1-e^t}{t}\right)$-ன் மதிப்பு காண்க.

Find $L\left(\frac{1-e^t}{t}\right)$.

20. (அ) $f(x) = x$, $(-\pi < x < \pi)$ எனும் சார்புக்கு $(0, 2\pi)$ என்ற இடைவெளியில் பூரியர் தொடரைக் காண்க.

Express $f(x) = x$, $(-\pi < x < \pi)$ as a fourier series with period $(0, 2\pi)$.

Or

(ஆ) $f(x) = x$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $f(x) = \pi - x$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ என்பதை 0 to π என்ற இடைவெளியில் பூரியர் சைன் தொடரைக் காண்க.

Find a sine series in the range 0 to π for $f(x) = x$ when $0 < x < \frac{\pi}{2}$ and $f(x) = \pi - x$ when $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

SECTION C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

21. $a^2 \sec^2 x + b^2 \operatorname{cosec}^2 x$-ன் மதிப்பு $(a+b)^2$ எனக் காட்டுக.

Show that $a^2 \sec^2 x + b^2 \operatorname{cosec}^2 x$ is $(a+b)^2$.

22. மதிப்புக் காண் $\int \frac{3x-2}{\sqrt{4x^2-4x-5}}\, dx$.

Evaluate $\int \frac{3x-2}{\sqrt{4x^2-4x-5}}\, dx$.

23. $\frac{\Gamma m \, \Gamma n}{\Gamma (m+n)} = \beta(m, n)$ என நிறுவுக.

Prove that $\frac{\Gamma m \, \Gamma n}{\Gamma (m+n)} = \beta(m, n)$.

24. மதிப்பிடுக $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s-1)(s-2)}\right)$.

$L^{-1}\left(\frac{1}{s(s-1)(s-2)}\right)$.

25. $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$ யை $-\pi \le x \le \pi$ என்ற இடைவெளியில் பூரியர் தொடரைக் காண்க.

Show that the Fourier series $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$ in the interval $-\pi \le x \le \pi$.