(8 pages)

S.No. 4211 T **NSSM 2**

(For candidates admitted from 2007–2008 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023.

Part III — Mathematics – Major

ANALYTICAL GEOMETRY AND TRIGONOMETRY

Time : Three hours Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 2 = 20)

Answer ALL the questions.

1. $\sin\theta$ வை θ ன் படிகளில் எழுதுக.

   Write $\sin\theta$ in terms of powers of θ.

2. காண்க $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$.

   Find $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$.

3. நிரூபி $\cos n^2 x+\sinh^2 x=\cosh 2x$.

   Prove $\cos n^2 x+\sinh^2 x=\cosh 2x$.

4. $\cos(x+iy)$ன் இயல் பகுதி காண்க.

   Find the real part of $\cos(x+iy)$.

5. நேர்கோட்டின் போலார் சமன்பாட்டை எழுதுக.

   Write the polar equation of a straight line.

6. α என்ற புள்ளியில் $\dfrac{l}{r}=1+\cos\theta$ என்ற பரவளையின் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு என்ன?

   What is the equation of the targent to the parabola $\dfrac{l}{r}=1+\cos\theta$ at α?

7. $x+5y-z-7=0$; $2x-5y+3z+1=0$ மேற்கண்ட கோட்டின் திசை விகிதம் காண்க.

   Find direction ratio of the line $x+5y-z-7=0$; $2x-5y+3z+1=0$.

8. $2x-y+z=6$ மற்றும் $x+y+2z=7$ ஆகிய தளங்களுக்கிடையேயான கோணம் காண்க.

   Find the angel between the planes $2x-y+z=6$ and $x+y+2z=7$.

9. $x^2+y^2+z^2+2x+2y+2z+1=0$ என்ற கோளத்தின் மையம், ஆரம் காண்க.

   Find the centre and radius of the sphere $x^2+y^2+z^2+2x+2y+2z+1=0$.

10. வரையறு - கூம்பு.

    Define – Cone.

PART B — ($5 \times 6 = 30$)

Answer ALL questions.

11. (அ) நிரூபி $16\cos^5\theta = \cos 5\theta + 5\cos 3\theta + 10\cos\theta$.

Prove $16\cos^5\theta = \cos 5\theta + 5\cos 3\theta + 10\cos\theta$.

Or

(ஆ) $\frac{\sin\theta}{\theta} = \frac{5045}{5046}$ எனில் $\theta = 1^{\circ}58'$ தோராயமாக என நிரூபி.

If $\frac{\sin\theta}{\theta} = \frac{5045}{5046}$, show that $\theta = 1^{\circ}58'$ approximately

12. (அ) $\sin(A+iB) = x+iy$ எனில் $\frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$ எனவும் $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$ எனவும் நிரூபி.

If $\sin(A+iB) = x+iy$ prove that $\frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$ and $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$.

Or

(ஆ) $\tan(x+iy)$ ஐ இயல் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளாக பிரிக்கவும்.

Separate into real and imaginary parts of $\tan(x+iy)$.

13. (அ) மையம் (c,α) ஆகவும், ஆரம் a ஆகவும் உள்ள வட்டத்தின் போலார் சமன்பாடு காண்க.

Find the polar equation of the circle whose centre is (c,α) and radius a.

Or

(ஆ) கூம்பின் வெட்டியின் போலார் சமன்பாட்டை வருவிக்க.

Derive the polar equation of conic.

14. (அ) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$, $\frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-7}{2}$ ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் உள்ளன என நிரூபி. அந்த தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Show that the lines $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ and $\frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-7}{2}$ are coplanar and final the equation of the plane containing them.

Or

(ஆ) $x-2y+5z=6$ என்ற தளத்தின் (2, 3, 4) பிரதிபலித்தால் புள்ளியின் பிம்பம் காண்க.

Find the image of (2, 3, 4) under reflection in the plane $x-2y+5z=6$.

15. (அ) $S_1 = x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$,

$S_2 = x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z - 10 = 0$ என்ற வட்டத்தின் வழியாகவும் (2, 1, 1) என்ற புள்ளி வழியாவுகம் செல்லும் கோளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equation of the sphere through the circle $S_1 = x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$ and $S_2 = x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z - 10 = 0$ and through the point (2, 1, 1).

Or

(ஆ) உச்சி (1, 0, 1) ஆகவும் $x^2 + y^2 = 4, z = 1$ என்ற வளைவின் வழியாகவும் செல்லும் கூம்பின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equation of the cone with vertex at (1, 0, 1) and passes through the curve $x^2 + y^2 = 4, z = 1$.

PART C — (5 × 10 = 50)

Answer any ALL questions.

16. (அ) நிரூபி $\cos 7\theta = 64\cos^7\theta - 112\cos^5\theta + 56\cos^3\theta - 7\cos\theta$.

Prove $\cos 7\theta = 64\cos^7\theta - 112\cos^5\theta + 56\cos^3\theta - 7\cos\theta$.

Or

(ஆ) நிரூபி $\sin^6\theta\cos^2\theta = \frac{-1}{2^7}[\cos 8\theta - 4\cos 6\theta + 4\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5]$.

Prove $\sin^6\theta\cos^2\theta = \frac{-1}{2^7}[\cos 8\theta - 4\cos 6\theta + 4\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5]$.

17. (அ) $\cos(\theta + i\phi) = k(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ எனில் $\cos 2\theta + \cosh 2\phi = 2k^2$ என நிரூபி.

If $\cos(\theta + i\phi) = k(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ prove that $\cos 2\theta + \cosh 2\phi = 2k^2$.

Or

(ஆ) $\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$ எனில்

(i) $\theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ மற்றும்

(ii) $\phi = \frac{1}{2}\log\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$ எனவும் நிரூபி.

If $\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$ show that

(i) $\theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

(ii) $\phi = \frac{1}{2}\log\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$ என நிரூபி.

18. (அ) குவியத்திலிருந்து கூம்பு வெட்டியின் தொடுகோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்து அடியின் பாதை வட்டம் அல்லது நேர்கோடாக இருக்கும் என நிரூபி.

Show that the locus of the foot of the perpendicular from a focus on a tangent to a given conic is a circle or a straight line.

Or

(ஆ) α என்ற புள்ளியில் $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$ என்ற கூம்பு வெட்டியின் செங்குத்து சமன்பாடு தருவி.

Derive the normal equation of the conic $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$.

19. (அ) மிக குறைந்த தூரத்தையும் அக்குறுகிய தூர கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க.

$$\frac{x+3}{-4}+\frac{y-6}{6}=\frac{z}{2}; \frac{x+2}{-4}=\frac{y}{1}=\frac{z-7}{1}.$$

Find the shortest distance and the line of shortest distance.

$$\frac{x+3}{-4}+\frac{y-6}{6}=\frac{z}{2}; \frac{x+2}{-4}=\frac{y}{1}=\frac{z-7}{1}.$$

Or

(ஆ) $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{4}$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $x+2y+z=12$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் உள்ள தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equation of the plane which contains the line $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{4}$ and perpendicular to the plane $x+2y+z=12$.

20. (அ) (1, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2), (2, 1, 1). மேற்கண்ட புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் கோளத்தின் சமன்பாடுகளை காண்க.

Find the equation of the sphere through (1, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2), (2, 1, 1).

Or

(ஆ) உச்சி (2,1,5) ஆகவும் $x^2+y^2+z^2=1, x+y+z=1$ என்ற வட்டத்தின் வழியாகவும் செல்லும் கூம்பின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equation of the cone with vertex (2, 1, 5) and passing through the circle $x^2+y^2+z^2=1, x+y+z=1$.