

(pages)

S.No. 5652 T

16 SMBEMM 3 : 2

(For candidates admitted from 2016-2017 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2022.

Part III — Mathematics — Major Based Elective

NUMBER THEORY

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20)

Answer ALL the questions.

1. பகா எண்ணை வரையறு.
Define a prime number.
2. டையோபேன்டைனின் ஒரு படி சமன்பாட்டை எழுது.
State the linear Diophantine equation.
3. ஒரு கணத்தின் r -சேர்மானம் - வரையறு.
Define an r -combination of a set.

Apr-22 make over.

4. ${}^n C_r = \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{r!}$ என நிரூபி.

Show that ${}^n C_r = \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{r!}$.

5. சர்வசம தொடர்பு $a \equiv b \pmod{e}$ -ஐ வரையறு.
Define the congruent relation $a \equiv b \pmod{e}$.

6. ஆய்லரின் ϕ -சார்பினை வரையறு.
Define Euler ϕ -function.

7. மோபியஸ் சார்பினை வரையறு.
Define Mobius function.

8. $m > 2$ எனில் $\phi(m)$ ஒரு இரட்டை எண் எனக் காட்டுக.
Show that $\phi(m)$ is even if $m > 2$.

9. $d(120)$ -ன் மதிப்பு காண்க.
Find the value of $d(120)$.

10. எண்கணித சார்பு எப்போது பெருக்கல் சார்பாக அமையும்?

When do you say on arithmetic function is multiplicative?

SECTION B — (5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) (12, -8) - ன் மீ.பொ.வ காண்க.

Find the *g.c.d.* of (12, -8).

Or

- (ஆ) இரு பூஜ்யமற்ற முழு எண்கள் a, b எனில் மீ.பொ.வ (a, b) ஒரு தனித்தன்மையானதாக இருக்கும் என காட்டுக.

If a and b are integers, not both zero, then prove that *g.c.d.*(a, b) exists and is unique.

12. (அ) n உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தின் r -வரிசை மாற்றம் ${}^n P_r$ எனில் ${}^n P_r = (n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1))$ என நிரூபி. மேலும் $S = \{4, 5, 6\}$ -ன் 2-சேர்மானத்தை காண்க.

If ${}^n P_r$ denotes the number of r -permutations of a set of n objects, then prove that ${}^n P_r = (n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1))$ and also find the 2-combination of $S = \{4, 5, 6\}$.

Or

3

S.No. 5652 T

- (ஆ) $a_n = \binom{2n-2}{n-1} / n$ என நிரூபி.

Prove that $a_n = \binom{2n-2}{n-1} / n$.

13. (அ) r_1, r_2, \dots, r_s என்ற s வேறுபட்ட முழு எண்கள் எச்ச குழு அமைப்பு மட்டு m எனில் $s = m$ என நிரூபி.

If s different integers r_1, r_2, \dots, r_s form a complete residue system modulo m , then prove that $s = m$.

Or

- (ஆ) ஒருங்கிசைவு $(m-1)! \equiv -1 \pmod{m} \Leftrightarrow m$ ஒரு பகா எண் எனக் காட்டுக.

Prove that the congruence $(m-1)! \equiv -1 \pmod{m}$ holds if and only if m is a prime.

14. (அ) $\sum_{d|n} \phi(d) = n$ என நிரூபி.

Prove that $\sum_{d|n} \phi(d) = n$.

Or

- (ஆ) $\phi(19), \phi(49)$ மற்றும் $\phi(243)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

Evaluate $\phi(19), \phi(49)$ and $\phi(243)$.

4

S.No. 5652 T

[P.T.O.]

15. (அ) $\phi(n)$, $d(n)$, $\sigma(n)$ மற்றும் $\mu(n)$ என்பன எண்கணித பெருக்கல் சார்பு என நிரூபி.

Prove that $\phi(n)$, $d(n)$, $\sigma(n)$ and $\mu(n)$ are multiplicative arithmetic functions.

Or

- (ஆ) $\{n, \phi(n)\}$, $\{d(n), 1\}$ மற்றும் $\{\sigma(n), n\}$ என்பன மோபியஸ் சோடி என நிரூபி.

Prove that $\{n, \phi(n)\}$, $\{d(n), 1\}$ and $\{\sigma(n), n\}$ are all Mobius pairs.

SECTION C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

16. எண்கணித அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.
State and prove the fundamental theorem of arithmetic.
17. பெர்மாட்ஸ்-ன் விட்டிஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.
State and prove Fermat's Little theorem.
18. வில்சன்-ன் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.
State and prove Wilson's theorem.

19. சைனிஷ் மீதித் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Chinese remainder theorem.

20. மோபியஸ் நேர்மாறு தேற்றத்தை வருவி.

Derive the Mobius inversion formula.