(ஆ) இயல்நிலை பரவலில் 31% பொள்கள் 45க்கு கீழாகவும் 8% பொருட்கள் 64க்கு மேலாகவும் இருந்தால் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் காண்க.

In a normal distribution 31% of the items are under 45 and 8% are over 64. Find the mean and standard deviation.

(For candidates admitted from 2000–2001 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2022.

Part III — Allied

MATHEMATICS — III — PROBABILITY AND STATISTICS

Time : Three hours Maximum : 100 marks

SECTION A — $(10 \times 2 = 20)$

Answer ALL the questions.

1. ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சி மற்றும் சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சியை வரையறு.

   Define mutually exclusive events and equally likely events.

2. A மற்றும் B என்பன ஒன்றையொன்று விலக்கும் சார்புகள், $P(B)>0$ எனில், $P(A/B)$ ஐக் காண்க.

   If A and B are mutually exclusive events, $P(B)>0$, then find $P(A/B)$.

3. ஒரு பரிசோதனையில் சீரான நாணயம் ஒன்று ஒன்றுக்கொன்று சாராமல் இரண்டு முறை சுண்டப்படுகிறது. X என்பது தலைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பதனால், X-ன் நிகழ்தகவு சார்பைக் காண்க.

An experiment consists of two independent tosses of a fair coin. Let X be the number of heads. Find the probability function of X.

4. ஒரு சீரற்ற மாறி X-ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு மேற்காண் சார்பு எனில், $f(x)=\begin{cases} 3x^2 & for\ 0\le x\le 1 \\ 0 & elsewhere \end{cases}$ $P(x\le a)=0.5$ ஆக இருக்கும் போது 'a' -ன் மதிப்பைக் காண்க.

If the probability density function $f(x)$ of a random variable X is given by

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2 & for\ 0\le x\le 1 \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$

then find 'a' such that $P(x\le a)=0.5$.

5. X என்பது சீரற்ற மாறி மற்றும் a,b என்பன மாறிலிகள் எனில், $E[aX+b]=aE[X]+b$ என நிரூபி.

If X is a random variable and 'a' and 'b' are constants, then prove that $E[aX+b]=aE[X]+b$.

In partially destroyed laboratory record of an analysis of correlation data, the following results only are legible :

variance of X = 9

Regression equations :

$8x-10y+66=0,\ 40x-18y=214$.

what were

(i) The mean values of X and Y

(ii) The correlation coefficient between X and Y and

(iii) The standard deviation of Y?

20. (அ) 10 காசுகளை ஒரே நேரத்தில் சுண்டினால்,

(i) 6 தலைகள்

(ii) குறைந்தது 8 தலைகள்

(iii) தலைகள் இல்லை

(iv) குறைந்தது 1 தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

Ten unbiased coins are tossed simultaneously. Find the probability of obtaining

(i) Exactly 6 heads

(ii) Atleast 8 heads

(iii) No heads

(iv) Atleast one head

Or

19. (அ) X மற்றும் Y ஆகியவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பு குணகம் காண்க.

Calculate the correlation coefficient between X and Y.

X :	65	66	67	67	68	69	70	72
Y:	67	68	65	68	72	72	69	71

Or

(ஆ) பகுதி அழியப்பட்ட ஆய்வகத் தொடர்பு தரவு பதிவில் பின்வரும் முடிவுகள் மட்டுமே தெளிவானவையாகும். X -ன் பரவற்படி = 9 பின்னடைவு சமன்பாடுகள். $8x-10y+66=0$, $40x-18y=214$

(i) X மற்றும் Y ஆகியவற்றை சராசரி மதிப்புகள்

(ii) X மற்றும் Y ஆகியவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பு குணகம்.

(iii) Y-ன் திட்ட விலக்கம்.

ஆகியவை என்ன?

6. $M_X(t)$ என்பது X-ன் கணம் உருவாக்கும் சார்பு எனில் $M_{CX}(t)=M_X(Ct)$ என்பதை நிறுவுக. இதில் C என்பது மாறிலியாகும்.

If $M_X(t)$ is the moment generating function of a random variable X, then Prove that $M_{CX}(t)=M_X(Ct)$, C being a constant.

7. கார்ல் பியார்சனின் தொடர்பு குணகம் வரையறு.

Define Karl Pearson coefficient of correlation.

8. பின்னடைவு குணகங்களின் ஏதேனும் இரண்டு பண்புகளைக் குறிப்பிடவும்.

State any two properties of regression coefficient.

9. பாய்சான் பரவலின் சராசரியைக் காண்க.

Find the mean of the Poisson distribution.

10. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ எனில், அதன் வளைவு மாற்றப் புள்ளிகளை எழுதுக.

Let $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, write down its points of inflexion.

SECTION B — (5 × 6 = 30)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b)

11. (அ) A மற்றும் B என்பன இரு நிகழ்ச்சிகள் என்க. $P(A)=\frac{3}{4}$ மற்றும் $P(B)=\frac{5}{8}$ என்பனவற்றைக் காட்டு.

(i) $P(A\cap B)\geq\frac{3}{4}$

(ii) $\frac{3}{8}\leq P(A\cap B)\leq\frac{5}{8}$.

Let A and B be two events such that $P(A)=\frac{3}{4}$ and $P(B)=\frac{5}{8}$. Show that

(i) $P(A\cap B)\geq\frac{3}{4}$

(ii) $\frac{3}{8}\leq P(A\cap B)\leq\frac{5}{8}$.

Or

(ஆ) A மற்றும் B என்பன சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகள் எனில் $\overline{A}$ மற்றும் $\overline{B}$ ஆகியன சார்பற்றவை என நிரூபி.

If A and B are independent event, Prove that $\overline{A}$ and $\overline{B}$ are also independent events.

(ஆ) $dF=y_0 e^{-|x|}dx, -\infty<x<\infty$ என்ற நிகழ்தகவு பரவலுக்கு $y_0=\frac{1}{2}, \mu_1^1=0$ $\sigma=\sqrt{2}$ மற்றும் சராசரியைப் பொறுத்துள்ள சராசரி விலக்கம் 1 எனக் காட்டு.

For the following probability distribution $dF=y_0 e^{-|x|}dx, -\infty<x<\infty$, show that $y_0=\frac{1}{2}, \mu_1^1=0$, $\sigma=\sqrt{2}$ and mean deviation about mean = 1.

18. (அ) எதிர்பார்த்தலின் சேர்ப்புத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove addition theorem of expectation.

Or

(ஆ) X என்ற சீரற்ற மாறி $P[x=r]=q^{r-1}P, r=1,2,3,\ldots$ என்ற நிகழ்தகவு சார்பைக் கொண்டுள்ளது என்றால், கணம் உருவாக்கும் சார்பைக் காண்க. அதிலிருந்து சராசரி மற்றும் பரவற்படியைக் காண்க.

Let the random variable X assum the value 'r' with the probability law $P[x=r]=q^{r-1}P, r=1,2,3,\ldots$ Find the moment generating function and hence the mean and the variance.

(ஆ) பேயின் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Baye's theorem.

17. (அ) X என்ற சீரற்ற மாறி பின்வரும் நிகழ்தகவுச் சார்பைக் கொண்டுள்ளது.

X-ன் மதிப்பு:	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(x)$:	0	k	2 k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

(i) K- ஐக் காண்க.

(ii) $P(x<b)$ $P(x\geq b)$ மற்றும் $P(0<x<5)$ ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

(iii) $P(X\leq k)>\frac{1}{2}$ எனில், K-ன் மிகக் குறைந்த மதிப்பைக் காண்க.

(iv) X-ன் பரவல் சார்பைக் காண்க.

A random variable X has the following probability function:

Values of X, x :	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(x)$:	0	k	2 k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

(i) Find K

(ii) Evaluate $P(x<b)$, $P(x\geq b)$ and $P(0<x<5)$

(iii) If $P(X\leq k)>\frac{1}{2}$, find the minimum value of K.

(iv) Determine the distribution function of X.

Or

12. (அ) ஒரு X தொடர்ச்சியான சீரற்ற மாறியின் பரவல் சார்பு $F(x)=\begin{cases} 0 & if\ x<1 \\ k(x-1)^4 & if\ 1\leq x<3 \\ 1 & if\ x\geq 3 \end{cases}$

மேற்காண் $f(x)$ எனில், K மற்றும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x)$ - ஐக் காண்க.

A continuous random variable X has the distribution function

$$F(x)=\begin{cases} 0 & if\ x<1 \\ k(x-1)^4 & if\ 1\leq x<3 \\ 1 & if\ x\geq 3 \end{cases}$$

Find K and the probability density function $f(x)$.

Or

(ஆ) மேற்காண் சார்பு ஒரு தொடர்ச்சியான பரவலின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு எனில், அதன் சராசரி மற்றும் பரவற்படியைக் காண்க.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & 0<x<2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

The probability density function of a continuous distribution is given by

$$f(x)=\begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & 0<x<2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Find mean and variance.

13. (அ) $Cov(ax, by) = ab\,Cov(x, y)$ என நிறுவுக.

Prove that $Cov(ax, by) = ab\,Cov(x, y)$.

Or

(ஆ) மேற்காண் X நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பிற்கான கணம்

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & -1 < x < 2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

உருவாக்கும் சார்பைக் காண்க.

Find the moment generating, function of a random variable X having the probability density function $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & -1 < x < 2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$.

14. (அ) $Z = ax + by$ மற்றும் r என்பது X, Y ஆகியவற்றிற்கிடையேயான தொடர்பு குணகம் எனில் $\sigma_z^2 = a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2 + 2abr\sigma_x\sigma_y$ எனக் காட்டு.

If $Z = ax + by$ and r is the correlation coefficient between X and Y, Show that $\sigma_z^2 = a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2 + 2abr\sigma_x\sigma_y$.

Or

(ஆ) Y மீது X மற்றும் X மீது Y ஆகிய பிண்னடைவுக் கோடுகளுக்கிடையேயுள்ள கோண அளவைக் காண்க.

Find the angle between the lines of regression of y on x and x on y.

15. (அ) ஈருறுப்புப் பரவலின் தருணங்களுக்கான மறுநிகழ்வு தொடர்பினை தருவி.

Derive the recurrence relation for the moments of binomial distribution.

Or

(ஆ) X என்ற இயல்நிலைப் பரவலின் சராசரி 30 மற்றும் திட்ட விலக்கம் 5 எனில் (i) $P(26 \le x \le 40)$ (ii) $P(x \ge 45)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

If X is a normal variate with mean 30 and standard deviation 5. Find

(i) $P(26 \le x \le 40)$

(ii) $P(x \ge 45)$.

SECTION C — (5 × 10 = 50)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

16. (அ) தொடர்ந்து எண்ணிடப்பட்டுள்ள $(2n+1)$ சீட்டுகளிலிருந்து மூன்று சீட்டுகள் வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன. அந்த எண்களின் மீது கூட்டுத்தொடர் இருப்பதற்கான வாய்ப்பைக் கண்டுபிடி.

Out of $(2n+1)$ tickets consecutively numbered, three are drawn at random. Find the chance that the numbers on them are in arithmetic progression.

Or