(6 pages)

S.No. 5649 T **16 SMBEMM 2:1**

(For candidates admitted from 2016–2017 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2022.

Part III — Mathematics – Major Based Elective

GRAPH THEORY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20)

Answer ALL the questions.

1. ஒரு வரைபின் உள்வரைபு வரையறு.

   Define subgraph of a graph

2. $\gamma(3, 3)$–ஐ காண்க.

   Find $\gamma(3, 3)$.

3. வரையறு மூடிய பாதை. எடுத்துக்காட்டு தருக.

   Define closed walk. Give an example.

4. இரு கேட்டுருவின் பெருக்கலை வரையறு.

   Define a product of two graphs.

5. கேமில்டோனியன் வட்டம் வரையறு.

   Define Hamiltonian cycle.

6. ஒரு மரத்தின் மையம் என்றால் என்ன?

   What is meant by centre of a tree?

7. ஒரு தள வரைபுவில் வெளிப்பரப்பை வரையறு.

   Define the exterior face of the plane graph.

8. குரடோஸ்கியின் தேற்றத்தை எழுது.

   State the Kuratowskis theorem.

9. திசை கோட்டுருவை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.

   Define directed graph.

10. நிறையிட்ட வரைபு – வரையறு.

    Define weighted graph.

SECTION B — (5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) எல்லா முப்படி கனவடிவ வரைபும் இரட்டை எண்ணுடைய புள்ளிகளைப் பெற்றிருக்கும் என நிரூபி.

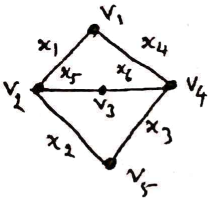
    Prove that every cubic graph has an even number of points.

    Or

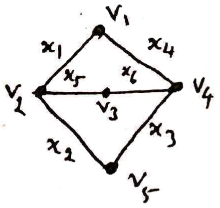
    (ஆ) எந்த தன்னிசை நிரப்புகின்ற கோட்டுருவும் $4n$ அல்லது $4n+1$ புள்ளிகளைப் பெற்றிருக்கும் என நிரூபி.

    Prove that any self-complementary graphs has $4n$ or $4n+1$ points.

12. (அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரைபுவின் அண்டை அணியினை எழுதுக.



Find the adjacency matrix of the following graph.



Or

(ஆ) ஒற்றைப்படை நீளமுள்ள மூடிய நடையில் ஒரு சுற்று இருக்கும் என நிறுவுக.

Prove that a closed walk of odd length contains a cycle.

13. (அ) $K_{m,n}$ ஒரு ஒரு கேமில்டோனியன் இல்லா வரைபு எனக் காட்டுக.

Show that $K_{m,n}$ is a non- hamiltonian graph.

Or

(ஆ) மரம் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள ஒரு மையம் ஒரு புள்ளி அல்லது இரண்டு அண்டைபுள்ளிகளை கொண்டதாக இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that every free has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

14. (அ) K_5 என்பது தளவரைபாக இருக்காது என நிரூபி.

Prove that K_5 is non-planar.

Or

(ஆ) G என்பது ஒரு முக்கோணமில்லா (p, q) தளப்பதிவு தொடர் வரைபு, மேலும் $p \geq 3$ எனில் $q \leq 2p - 4$ என நிரூபி.

If G is a plane connected (p, q) graph without triangles and $p \geq 3$, then prove that $q \leq 2p - 4$.

15. (அ) வரையறு :

(i) நலிந்த தொடர்புடைய திசையுள்ள வரைபு

(ii) ஒரு தலைபட்சமான தொடர்புடைய திசை வரைபு

(iii) வலிமையான தொடர்புடைய திசையுள்ள வரைபு.

Define :

(i) Weakly connected digraph.

(ii) Unilaterally connected digraph.

(iii) Strongly connected digraph.

Or

(ஆ) ஒரு ஒப்புமையுடைய திசையிட்ட வரைபுவின் ஒத்த புள்ளிகள் ஒரே படித்தானது என நிரூபி.

If two digraphs are isomorphic, then prove that the corresponding points have the same degree pair.

SECTION C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

16. P முனைகள் கொண்ட முக்கோணம் இல்லாத கோட்டுருக்களில் விளிம்புகளின் அதிகபட்ச எண்ணிக்கை $\left[\frac{p^2}{4}\right]$, ஆக இருக்கும் x–ற்கும் $[x]$ என்பது x–ஐ தாண்டாத மீப்பெரு முழு எண்ணைக் குறிக்கிறது.

Prove that the maximum number of lines among all P point graphs with no triangle is $\left[\frac{p^2}{4}\right]$ where $[x]$ denote the greatest integer not exceeding the real number x.

17. தொடர்வரைபடம் G –ல் கீழே கொடுக்கப்பட்டவை இணையானவை என நிரூபி.

(அ) G என்பது ஆய்லேரியன்

(ஆ) G–ல் உள்ள எல்லா புள்ளிகளும் இருபடி

(இ) G–ல் உள்ள கோடுகளின் கணங்கள் வட்டங்களின் பங்கீடு.

For a connected graph G, prove that the following are equivalent

(a) G is Eulerian.

(b) Every point of G has even degree.

(c) The set of edges of G can be partitioned into cycles.

18. $G = (p, q)$ வரைபுவில் $p \geq 3$ புள்ளிகள் மற்றும் $\delta \geq p/2$ எனில் G ஒரு கேமில்டோனியன் என நிரூபி.

If G is a graph with $p \geq 3$ vertices and $\delta \geq p/2$, then prove that G is Hamiltonian.

19. கோளத்தின் மேற்பரப்பில் வரைபு பதிக்கப்பட்டு இருப்பதற்கான தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அது ஒரு தளத்தில் பதிக்கப்பட்டது என நிறுவுக.

Prove that a graph can be embedded in the surface of the sphere if and only if it can be embedded in a plane.

20. நிறையிட்ட வரைபுவை வரையறு. மேலும் நிறையிட்ட வரைபுவில் மிகக்குறுகிய படர்மரம் காணும் கிரஷ்காலின் வழிமுறையினை எழுது.

Define weighted graph. Also write the Kruskal's algorithm to find a shortest spanning tree in a weighted graph.

———————