(8 pages)

**S.No. 5978 T** **16 SACMM 2**

(For candidates admitted from 2016–2017 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2022.

Part III — Allied

MATHEMATICS — II
(ALGEBRA, ANALYTICAL GEOMETRY (3D) AND TRIGONOMETRY)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — $(10 \times 2 = 20)$

Answer ALL questions.

1. $(1-x)^{-2}$ ன் விரிவாக்கம் எழுதுக.

   Write the expansion of $(1-x)^{-2}$.

2. $e^{a+bx}$ ல் $x^n$ ன் குணகம் காண்க.

   Find the coefficient of $x^n$ in $e^{a+bx}$.

3. எந்த ஒரு சதுர அணி $A$ க்கும் $A+A^T$ ஒரு சமச்சீர் அணி என நிருபி.

   Prove that for any square matrix $A$, $A+A^T$ is symmetric.

4. சதுர அணி $A$ -ன் சிறப்பான சமன்பாடு - வரையறு.

   Define characteristic equation of a square matrix $A$.

5. $(x-1)^2+(y-1)^2+2^2=4$ என்ற கோளத்தின் மையம், ஆரம் காண்க.

   Find the centre and radius of the sphere $(x-1)^2+(y-1)^2+2^2=4$.

6. வரையறு - இரு சாய்வான கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட மிகச்சிறிய தூரம்

   Define shortest distance between two skew lines.

7. $\cos n\theta$ வை $\sin\theta$ மற்றும் $\cos\theta$ வின் படிகளாக எழுதுக.

   Write $\cos n\theta$ in terms of powers of $\sin\theta$ and $\cos\theta$.

8. $\sin\theta$ வை $\theta$ ன் படிகளாக எழுதுக.

Write $\sin\theta$ in terms of powers of $\theta$.

9. நிரூபி $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

Prove $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

10. நிரூபி $\sinh(x+y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$.

Prove $\sinh(x+y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$.

PART B — (5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) கூடுதல் காண்க $\frac{2.4}{3.6} + \frac{2.4.6}{3.6.9} + \frac{2.4.6.8}{3.6.9.12} + \ldots$.

Sum the series $\frac{2.4}{3.6} + \frac{2.4.6}{3.6.9} + \frac{2.4.6.8}{3.6.9.12} + \ldots$

Or

(ஆ) நிரூபி

$$\frac{3}{10}\left[\log 10 + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2^{14}} + \frac{1}{3}\cdot\frac{3^2}{2^{21}} + \ldots\right] = \log 2.$$

Prove

$$\frac{3}{10}\left[\log 10 + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2^{14}} + \frac{1}{3}\cdot\frac{3^2}{2^{21}} + \ldots\right] = \log 2.$$



12. (அ) $A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ ஒரு செங்குத்து அணி என நிரூபி.

Show that $A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ is orthogonal.

Or

(ஆ) கெய்லி ஹேமில்டன் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தலைகீழி காண்க.

Find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ using Cayley Hamilton theorem.

13. (அ) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ மற்றும் $\frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-7}{2}$ ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் உள்ளன என நிரூபி.

Show that the lines $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ and $\frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-7}{2}$ are coplanar.

Or

(ஆ) $s = x^2 + y^2 + z^2 + 4 = 0$ மற்றும்

$s_1 = x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z - 10 = 0$ என்ற வட்டத்தின் வழியாகவும் $(2, 1, 1)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்லும் கோளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equation of the sphere through the circle $s = x^2 + y^2 + z^2 + 4 = 0$ and $s_1 = x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z - 10 = 0$ and through the point $(2, 1, 1)$.

14. (அ) $\sin^3\theta\cos^4\theta$ வை சைனின் $\theta$ ன் மடங்குகளாக விரிக்க.

Expand $\sin^3\theta\cos^4\theta$ in terms of sines of multiples of $\theta$.

Or



(ஆ) நிரூபி

$32\cos^6\theta = 10 + 15\cos 2\theta + 6\cos 4\theta + \cos 6\theta$.

Prove

$32\cos^6\theta = 10 + 15\cos 2\theta + 6\cos 4\theta + \cos 6\theta$.

15. (அ) நிரூபி $\cosh^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$.

Prove $\cosh^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$.

Or

(ஆ) $x + iy = \tan(A + iB)$ எனில்

$x^2 + y^2 + 2x\cot 2A = 1$ என நிரூபி.

If $x + iy = \tan(A + iB)$ prove that $x^2 + y^2 + 2x\cot 2A = 1$.

PART C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

16. கூடுதல் காண்க $1 + \frac{2^3}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{4^3}{4!} + \ldots$

Sum the series $1 + \frac{2^3}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{4^3}{4!} + \ldots$

17. $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற சிறப்பியல்பு மதிப்புகள் மற்றும் சிறப்பியல்பு வெக்டர்கள் காண்க.

Find the eigen values and eigen vectors of $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$.

18. $\frac{x-8}{-3} = \frac{y+9}{-16} = \frac{z-10}{7}$ மற்றும் $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மிகச்சிறிய தூரமும் சமன்பாடும் காண்க.

Find the shortest distance and the equation of the line of shortest distance of $\frac{x-8}{-3} = \frac{y+9}{-16} = \frac{z-10}{7}$ and $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$.

19. நிரூபி $\cos\frac{\pi}{7} \cdot \cos\frac{2\pi}{7} \cdot \cos\frac{3\pi}{7} = 1$.

Prove $\cos\frac{\pi}{7} \cdot \cos\frac{2\pi}{7} \cdot \cos\frac{3\pi}{7} = 1$.



20. $\sinh(x+iy)$ மற்றும் $\tan h(1+i)$ ஐ இயல் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளாக பிரிக்கவும்.

Separate into real and imaginary parts of $\sinh(x+iy)$ and $\tan h(1+i)$.

---