(7 pages)

S.No. 5989 T **16 SACMA 1**

(For candidates admitted from 2016–2017 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2022.

Part III — Allied

MATHEMATICS – I – ALGEBRA AND CALCULUS

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20)

Answer ALL questions.

1. α, β ஆகியவை $x^2 - 8x + 10 = 0$ ன் மூலங்கள் எனில் $\alpha - \beta$ ன் மதிப்பு காண்க.

   If α, β are the roots of $x^2 - 8x + 10 = 0$ find the value of $\alpha - \beta$.

2. $x^3 - 2x^2 + 5x + 7 = 0$ ன் மூலங்களைப் போல் 2 மடங்குகளை மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாடு காண்க.

   Form the equation whose notes are 2 times those of $x^3 - 2x^2 + 5x + 7 = 0$.

3. வரையறு – ஒருமை அணி.

   Define singular matrix.

4. $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

   Find the rank of $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$.

5. $x = x_0$ என்ற புள்ளியில் $y = f(x)$ என்ற சார்பு குறுமமாக இருக்க நிபந்தனை என்ன?

   What is the condition for the function $y = f(x)$ to be minimum at $x = x_0$?

6. $u = \dfrac{xy}{x+y}$ எனில் $\dfrac{x\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = u$ என நிரூபி.

   If $u = \dfrac{xy}{x+y}$ then prove that $\dfrac{x\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = u$.

7. கணக்கிடுக : $\int \dfrac{dx}{x^2 - 3x + 2}$.

   Evaluate : $\int \dfrac{dx}{x^2 - 3x + 2}$.

8. $f(x) = x^2 (0 < x < 2\pi)$ எனில் a_0 காண்க.

   If $f(x) = x^2 (0 < x < 2\pi)$ find a_0.

9. தீர்க்க : $(D^2 - 6D + 9)y = 0$.

Solve : $(D^2 - 6D + 9)y = 0$.

10. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0$.

Solve : $\frac{dy}{dx} + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0$.

SECTION B — (5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$ ன் மூலங்களை 7 ஆல் கூட்டி கிடைக்கும் சமன்பாடு காண்க.

Increase by 7 the roots of $3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$.

Or

(ஆ) $x^4 + 3x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு இரு இயல் மூலங்களும் இரு கற்பனை மூலங்களும் உண்டு என நிரூபி.

Show that the equation $x^4 + 3x - 1 = 0$ has two real and two real and two imaginary roots.

12. (அ) $x + 2y - z = 3$, $3x - y + 2z = 1$, $2x - 2y + 3z = 2$, $x - y + z = -1$ என்ற சமன்பாடுகள் சீரானவை என காண்பி. மேலும் தீர்க்க.

Show that the equations $x + 2y - z = 3$, $3x - y + 2z = 1$, $2x - 2y + 3z = 2$, $x - y + z = -1$ are consistent and solve them.

Or

(ஆ) $A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ ன் தலைகீழியை கெய்லி ஹேமில்டன் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி காண்க.

Using Cayley Hamilton theorem find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

13. (அ) $x = 2\cos t - \cos 2t$, $y = 2\sin t - \sin 2t$ $t = \frac{\pi}{2}$ எனில் $\frac{d^2y}{dt^2}$ ன் மதிப்பு காண்க.

If $x = 2\cos t - \cos 2t$, $y = 2\sin t - \sin 2t$ find $\frac{d^2y}{dt^2}$ at $t = \frac{\pi}{2}$.

Or

(ஆ) $y = 2x^4 - 4x^3 + 3$ என்ற வளைவரைக்கு வளைவு மாற்று புள்ளியை காண்க.

Find the point of inflexion of $y = 2x^4 - 4x^3 + 3$.

14. (அ) கணக்கிடுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{9\cos x + 12\sin x}$.

Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{9\cos x + 12\sin x}$.

Or

(ஆ) $[0, \pi]$ ல் $f(x) = c$ ன் சைன் தொடரை காண்க.

Find a sine series for $f(x) = c$ in $[0, \pi]$.

15. (அ) தீர்க்க : $(D^2 + 4)y = \sin 2x$.

Solve : $(D^2 + 4)y = \sin 2x$.

Or

(ஆ) தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} + y\tan x = \cos^3 x$.

Solve : $\frac{dy}{dx} + y\tan x = \cos^3 x$.

SECTION C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

16. α, β, γ ஆகியவை $x^3 + ax - b = 0$ ன் மூலங்கள் எனில்

(அ) $\sum \frac{\alpha}{\beta r}$

(ஆ) $\sum \frac{\alpha}{\beta + r}$

(இ) $\sum \alpha^3$ ன் மதிப்பு காண்க.

If α, β, γ are the roots of $x^3 + ax - b = 0$ find the value of

(a) $\sum \frac{\alpha}{\beta r}$

(b) $\sum \frac{\alpha}{\beta + r}$

(c) $\sum \alpha^3$.

17. $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு மூலங்கள் மற்றும் சிறப்பியல்பு வெக்டர்கள் காண்க.

Find the eigen values and eigen vectors of $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$.

18. $f(x) = 8x^5 - 15x^4 + 10x^2$ ன் பெரு மற்றும் குறும மதிப்புகளை காண்க.

Find the maximum and minimum values of $f(x) = 8x^5 - 15x^4 + 10x^2$.

19. $(-\pi, \pi)$ ல் $f(x) = \begin{cases} -x & -\pi < x < 0 \\ x & 0 < x < \pi \end{cases}$ ன் பூரியல் தொடரை காண்க. அதிலிருந்து $\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \ldots$ என தருவி.

Find a Fourier series in $(-\pi, \pi)$ if $f(x) = \begin{cases} -x & -\pi < x < 0 \\ x & 0 < x < \pi \end{cases}$. Deduce that $\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \ldots$

20. தீர்க்க : $(D^3 - 2D + 4)y = e^x \cos x$.

Solve : $(D^3 - 2D + 4)y = e^x \cos x$.