

(7 pages)

S.No. 5977 T

16 SACMM 1

(For candidates admitted from 2016–2017 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2022.

Part III — Allied

MATHEMATICS – I
(CALCULUS AND FOURIER SERIES)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20)

Answer ALL questions.

1. $y = \frac{\log x}{x}$ எனில் $\frac{d^2 y}{dx^2}$ காண்க.

If $y = \frac{\log x}{x}$ find $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

2. $y = \log(ax + b)$ எனில் y_n காண்க.

If $y = \log(ax + b)$ find y_n

3. $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ன் மதிப்பு என்ன?

What is the value of $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$?

4. கணக்கிடுக $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 3}}$

Evaluate $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 3}}$

5. நிரூபி $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx = \frac{\pi}{4}$

Prove $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx = \frac{\pi}{4}$

6. $I_n = \int x^n e^{ax} dx$ ன் குறைப்பு சூத்திரத்தை எழுதுக.

Write the reduction formula for $I_n = \int x^n e^{ax} dx$.

7. கணக்கிடுக $\int_0^1 \int_0^1 xy dx dy$

Evaluate $\int_0^1 \int_0^1 xy dx dy$

8. கணக்கிடுக $\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (2x + 3y) dx dy$

Evaluate $\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (2x + 3y) dx dy$

(13, 22π) ல் $f(x) = x^{-2}$ என்ற a_0 ன் மதிப்பு காண்க.

Find a_0 for $f(x) = x^{-2}$ in $(0, 2\pi)$

10. $(-\pi, \pi)$ ல் $f(x) = \frac{\pi^2}{12} - \frac{x^2}{4}$ ன் a_0 ன் மதிப்பு காண்க.

If $f(x) = \frac{\pi^2}{12} - \frac{x^2}{4}$ $(-\pi, \pi)$ find a_0

PART B — $(5 \times 5 = 25)$

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $xy = 12$ என்ற வளைவின் $(3, 4)$ என்ற புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

Find the radius of curvature of $xy = 12$ at $(3, 4)$

Or

- (ஆ) $y = e^{-x} \cos x$ எனில் $y_4 + 4y = 0$ என நிரூபி.

If $y = e^{-x} \cos x$ prove that $y_4 + 4y = 0$.

12. (அ) மதிப்பிடுக $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$.

Evaluate $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$.

Or

3

S.No. 5977 T

- (ஆ) மதிப்பிடுக $\int \frac{2\sin x + \cos x}{3\sin x + \cos x} dx$.

Evaluate $\int \frac{2\sin x + \cos x}{3\sin x + \cos x} dx$

13. (அ) மதிப்பிடுக $\int \sqrt{\frac{3-2x}{1-x}} dx$.

Evaluate $\int \sqrt{\frac{3-2x}{1-x}} dx$

Or

- (ஆ) $I_n = \int \sin^n x dx$ எனில்

$nI_n = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1)I_{n-2}$ என நிறுவுக.

In $I_n = \int \sin^n x dx$, prove that

$nI_n = -\sin^{n-1} x \cos x + (n-1)I_{n-2}$.

14. (அ) மதிப்பிடுக $\int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x^2/a^2)}} x^3 y dy dx$.

Evaluate $\int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x^2/a^2)}} x^3 y dy dx$

Or

4

S.No. 5977 T

(ஆ) மதிப்பிடுக $\int_0^a \int_0^x \int_0^y xyz \, dx \, dy \, dz$.

Evaluate $\int_0^a \int_0^x \int_0^y xyz \, dx \, dy \, dz$.

15. (அ) $0 < x < \pi$ ல் $f(x) = k$ விற்கு சைன் தொடர் காண்க.
Find a sine series for $f(x) = k$ in $0 < x < \pi$.

Or

- (ஆ) $0 < x < c$ ல் $f(x) = c - x$ விற்கு கொசைன் தொடர் காண்க.

Find a cosine series for $f(x) = c - x$ in $0 < x < c$.

PART C — ($3 \times 10 = 30$)

Answer any THREE questions.

16. $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ எனில்

$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$ என நிரூபி.

If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ prove that

$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$

17. நிரூபி $I = \int_a^b \sqrt{(x-a)(b-x)} \, dx = \frac{1}{8} \pi (b-a)^2$.

Prove $I = \int_a^b \sqrt{(x-a)(b-x)} \, dx = \frac{1}{8} \pi (b-a)^2$.

18. $I_n = \int_0^{\pi/2} \cos^n x \, dx$ ன் குறைக்கும் சூத்திரம் காண்க.

அதிலிருந்து $\int_0^{\pi/2} \cos^6 x \, dx$ ன் மதிப்பு காண்க.

Find a reduction formula for $I_n = \int_0^{\pi/2} \cos^n x \, dx$ and

hence find $\int_0^{\pi/2} \cos^6 x \, dx$.

19. தொகையீட்டு வரிசையை மாற்றி $\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} xy \, dx \, dy$ ன்

மதிப்பு காண்க.

Change the order of integration and evaluate

$\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} xy \, dx \, dy$.

20. $f(x) = \begin{cases} \pi + 2x, & -\pi < x < 0 \\ \pi - 2x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ என்ற சார்பின் பூரியர் தொடர்

காண்க. அதிலிருந்து $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$ என
தருவி.

Find the Fourier series of the function

$f(x) = \begin{cases} \pi + 2x, & -\pi < x < 0 \\ \pi - 2x, & 0 < x < \pi \end{cases}$. Hence deduce that

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$$
