(7 pages)

S.No. 5944 T

ACSY 06 A/ RACSY 06 A

(For candidates admitted from 2005 to 2015 batch)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2022.

Part III — Allied

CALCULUS AND FOURIER SERIES

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20)

Answer ALL questions.

1. மதிப்பு காண்க : $y = e^x \sin x$ எனில் $\frac{dy}{dx}$.

   Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = e^x \sin x$.

2. வளைவின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

   Write the equation of curvature.

3. மதிப்பு காண்க : $\int_0^{\pi} \frac{dx}{5 + 4\cos x}$.

   Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{dx}{5 + 4\cos x}$.

4. மதிப்பு காண்க : $\int \frac{2x + 3}{x^2 + x + 1} dx$.

   Evaluate : $\int \frac{2x + 3}{x^2 + x + 1} dx$.

5. மதிப்பு காண்க : $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x \, dx$.

   Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x \, dx$.

6. C என்பது a மற்றும் b யின் இடையில் ஏதாவது ஒரு மதிப்பு எனில் $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ என நிறுவுக.

   Prove that $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ where C is some value of x between a and b.

7. மதிப்பு காண்க : $\int_0^a \int_0^b (x^3 + y^3) dx\, dy$.

   Evaluate : $\int_0^a \int_0^b (x^3 + y^3) dx\, dy$.

8. மதிப்பு காண்க : $\int_0^1\int_0^1\int_0^1 dx\,dy\,dz$.

Evaluate : $\int_0^1\int_0^1\int_0^1 dx\,dy\,dz$.

9. $f(x)=e^x$ என்ற சார்பின் a_0–ன் மதிப்பைக் காண்க.

Find the value of a_0 for $f(x)=e^x$.

10. ஃபூரியர் தொடரை வரையறு.

Define Fourier series.

SECTION B — (5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $y=\dfrac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$–ன் n–ஆவது வகையீட்டு மதிப்பு காண்க.

Find y_n when $y=\dfrac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$.

Or

(ஆ) $x=a(\theta+\sin\theta)$, $y=a(1-\cos\theta)$ என்ற சைக்ளாய்டின் எந்த புள்ளியிலும் வளைவு ஆரத்தைக் காண்க.

Find the radius of curvature at any point of the cycloid $x=a(\theta+\sin\theta)$ $y=a(1-\cos\theta)$.

12. (அ) மதிப்பு காண்க : $\int\dfrac{x+4}{6x-7-x^2}dx$.

Evaluate : $\int\dfrac{x+4}{6x-7-x^2}dx$.

Or

(ஆ) மதிப்பு காண்க : $\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+x+1}}dx$.

Evaluate : $\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+x+1}}dx$.

13. (அ) மதிப்பு காண்க : $\int_0^{\pi/2}\dfrac{(\sin x)^{3/2}}{(\sin x)^{3/2}+(\cos x)^{3/2}}dx=\dfrac{\pi}{4}$.

Evaluate : $\int_0^{\pi/2}\dfrac{(\sin x)^{3/2}}{(\sin x)^{3/2}+(\cos x)^{3/2}}dx=\dfrac{\pi}{4}$.

Or

(ஆ) மதிப்பு காண்க : $\int_0^{\pi/2}\sin^n x\,dx$.

Evaluate : $\int_0^{\pi/2}\sin^n x\,dx$.

14. (அ) $x+y\le 1$, $x, y \ge 0$ என்ற பகுதியில் $\iint (x^2+y^2)\,dx\,dy$ ன் மதிப்பு காண்க.

Evaluate $\iint (x^2+y^2)\,dx\,dy$ over the region for which x, y are each ≥ 0 and $x+y\le 1$.

Or

(ஆ) ஒருங்கிணைப்பு வரிசையை மாற்றுவதன் மூலம் $\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{e^{-y}}{y}\,dx\,dy$–ன் மதிப்பைக் காண்க.

By changing the order of integration, evaluate $\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{e^{-y}}{y}\,dx\,dy$.

15. (அ) $f(x)=x$ என்ற சார்பிற்கு $-\pi<x<\pi$ இடைவெளியில் ஃபூரியர் தொடரை கண்டுபிடி.

Find the Fourier expansion for $f(x)=x$ where $-\pi<x<\pi$.

Or

(ஆ) $f(x)=k$, என்ற சார்பின் $0<x<\pi$ என்ற இடைவெளியில் ஃபூரியர் சைன் தொடரைக் காண்க.

Find the sine series for $f(x)=k$, $0<x<\pi$.

SECTION C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

16. $x=a(\cos t+t\sin t)$ மற்றும் $y=a(\sin t-t\cos t)$ என்ற வளைவின 't' என்ற புள்ளியின் வளைவு ஆரத்தை காண்க.

Find at the point 't' of the curve $x=a(\cos t+t\sin t)$ $y=a(\sin t-t\cos t)$.

17. மதிப்பு காண்க : $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x+1}}$.

Evaluate : $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x+1}}$.

18. மதிப்பு காண்க :

(அ) $\int \left(\frac{5-x}{x-2}\right)^{1/2} dx$

(ஆ) $\int \frac{dx}{(x-\alpha)(\beta-\alpha)}$.

Evaluate :

(a) $\int \left(\frac{5-x}{x-2}\right)^{1/2} dx$

(b) $\int \frac{dx}{(x-\alpha)(\beta-\alpha)}$.

19. $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் நேர்மறை அரைக்கால் பகுதி எனில் $\iiint xyz\,dx\,dy\,dz$ மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\iiint xyz\,dx\,dy\,dz$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

20. $f(x) = \pi - x$ என்ற சார்பின் $(0, \pi)$ என்ற இடைவெளியில் ஃபூரியரின் சைன் மற்றும் கொசைன் தொடரின் மதிப்பைக் காண்க.

Find the Fourier (a) cosine series (b) sine series for the function $f(x) = \pi - x$ in $(0, \pi)$.