(7 pages)

S.No. 5945 T

RACSY 06 B/
ACSY 06 B

(For candidates admitted from 2005 to 2015 Batch)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2022.

Part III — Allied

ALGEBRA, ANALYTICAL GEOMETRY (3D) AND TRIGONOMETRY

Time : Three hours | Maximum : 75 marks

SECTION A — $(10 \times 2 = 20)$

Answer ALL the questions.

1. e^{-2x} ன் வரிவாக்கம் எழுதுக.

   Write the expansion of e^{-2x}.

2. நிரூபி : $\log z = 2\left\{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}, \frac{1}{3^3}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^5}+\ldots\right\}$.

   Prove : $\log z = 2\left\{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}, \frac{1}{3^3}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^5}+\ldots\right\}$.

3. $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$ ஒற்றையாட்சி என நிரூபி.

   Show that $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$ is unitary.

4. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ன் ஐகன் மதிப்புகள் காண்க.

   Find the eigen values of $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

5. $(1,1,2)$ ஐ மையப்புள்ளியாகவும் ஆரம் 4 ஆகவும் உடைய கோளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

   Find the equation of the sphere with centre $(1,1,2)$ and radius 4.

6. $\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ மற்றும் $\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$ -ஆகிய கோடுகளை உள்ள கோடுகளை உள்ளடக்கிய தளத்தின் சமன்பாடு என்ன?

   What is the equation of the plane containing $\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ and $\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$?

7. $\cos n\theta$ வின் விரிவாக்கம் எழுது.

   Write the expansion of $\cos n\theta$.

8. $\sin\theta$ -வை θ -ன் படிகளில் எழுது.

   Write $\sin\theta$ in terms of powers of θ.

9. நிரூபி : $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

Prove : $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

10. $\sinh^{-1} - x$ ஐ log சார்பில் எழுதவும்.

Express $\sinh^{-1} - x$ as logarithmic function.

SECTION B — (5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) a, b, c என்பன அடுத்தடுத்த எண்கள் எனில்

$$\log b = \frac{1}{2}\log a + \frac{1}{2}\log c + \frac{1}{2ac+1} + \frac{1}{3(2ac+1)^3} + \frac{1}{5(2ac+1)^5} + \ldots$$ என நிரூபி.

If a, b, c are consecutive integers show that

$$\log b = \frac{1}{2}\log a + \frac{1}{2}\log c + \frac{1}{2ac+1} + \frac{1}{3(2ac+1)^3} + \frac{1}{5(2ac+1)^5} + \ldots$$

Or

(ஆ) நிரூபி : $\log 2 \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \ldots = \frac{1}{2}$.

Prove : $\log 2 \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \ldots = \frac{1}{2}$.

12. (அ) $\begin{bmatrix} 1 & -7 & 3 & -3 \\ 7 & 20 & -2 & 25 \\ 5 & -2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

Find the rank of $\begin{bmatrix} 1 & -7 & 3 & -3 \\ 7 & 20 & -2 & 25 \\ 5 & -2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$.

Or

(ஆ) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ ஆனது கெய்லி ஹேமில்டன் தேற்றத்தை பூர்த்தி செய்யும் என நிரூபி.

Show that $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ satisfies Cayley-Hamilton theorem.

13. (அ) $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z-1}{3}$ மற்றும் $\frac{x-1}{-4}=y+2=\frac{z-6}{2}$ ஒரே தளத்தில் உள்ளன என நிரூபி. அவை சந்திக்கும் புள்ளிகளை காண்க. அக்கோடுகளை உள்ளடக்கிய தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Show that the lines $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z-1}{3}$ and $\frac{x-1}{-4}=y+2=\frac{z-6}{2}$ are coplanar. Find the point of intersection and the equation of the plane containing them.

Or

(ஆ) $x^2+y^2+z^2-4=0$, $2x+4y+6z-1=0$ என்ற விட்டத்தின் வழியாகவும் மையப்புள்ளி $x+y+z=6$ என்ற தளத்தில் உள்ளதுமான கோளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equation of the sphere passing through the circle $x^2+y^2+z^2-4=0$, $2x+4y+6z-1=0$ and having its centre on the plane $x+y+z=6$.

14. (அ) நிரூபி : $\frac{\sin 5\theta}{\sin\theta}=5-20\sin^2\theta+16\sin^4\theta$.

Prove : $\frac{\sin 5\theta}{\sin\theta}=5-20\sin^2\theta+16\sin^4\theta$.

Or

(ஆ) நிரூபி : $16\cos^5\theta=\cos 5\theta+5\cos 3\theta+10\cos\theta$.

Prove : $16\cos^5\theta=\cos 5\theta+5\cos 3\theta+10\cos\theta$

15. (அ) $\tanh(x+iy)$ ன் இயல் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளை விரிக்கவும்.

Separate into real and imaginary parts of $\tanh(x+iy)$.

Or

(ஆ) $\cosh x$ ஐ x ன் படிகளில் விரிக்கவும்.

Expand $\cosh x$ in powers of x.

SECTION C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

16. கூடுதல் காண்க : $\frac{2\cdot 4}{3\cdot 6}+\frac{2\cdot 4\cdot 6}{3\cdot 6\cdot 9}+\frac{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}{3\cdot 6\cdot 9\cdot 12}+\ldots$

Sum the series : $\frac{2\cdot 4}{3\cdot 6}+\frac{2\cdot 4\cdot 6}{3\cdot 6\cdot 9}+\frac{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}{3\cdot 6\cdot 9\cdot 12}+\ldots$

17. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்பு மற்றும் ஐகன் வெக்டர்களை காண்க.

Find the eigen values and eigen vectors of $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

18. $x-2+5z=6$ என்ற தளத்தில் (2, 3, 4) என்ற புள்ளி பிரதிபலித்தால் பிம்பம் காண்க.

Find the image of (2, 3, 4) under the reflection in the plane $x-2+5z=6$.

19. நிரூபி :

$64\sin^5\theta\cos^2\theta = \sin 7\theta - 3\sin 5\theta + \sin 3\theta + 5\sin\theta$.

Prove :

$64\sin^5\theta\cos^2\theta = \sin 7\theta - 3\sin 5\theta + \sin 3\theta + 5\sin\theta$.

20. $\tan(\alpha+i\beta) = x+iy$ எனில்

(அ) $x^2+y^2-2y\cosh 2\beta+1=0$

(ஆ) $x\cot 2\alpha + y\coth 2\beta = 1$ எனவும் நிரூபி.

If $\tan(\alpha+i\beta) = x+iy$ show that

(a) $x^2+y^2-2y\cosh 2\beta+1=0$

(b) $x\cot 2\alpha + y\coth 2\beta = 1$.