(6 pages)

S.No. 8671 T **16 SCCMM 6**

(For candidates admitted from 2016–2017 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022.

Part III — Mathematics – Major

CLASSICAL ALGEBRA AND THEORY OF NUMBERS

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20)

Answer ALL the questions.

1. $1,\ 3-\sqrt{-2}$ என்ற மூலங்களை கொண்டு முப்படி சமன்பாட்டை காண்க.

   Form the cubic equation with the roots $1,\ 3-\sqrt{-2}$.

2. α, β, γ என்பன $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha^2\beta\gamma$ -ன் மதிப்புக் காண்க.

   If α, β, γ are the roots of the equation $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$, find $\sum \alpha^2\beta\gamma$.

3. தலைகீழ் சமன்பாட்டின் திட்ட வடிவினை கூறி சான்று தருக.

   Write down the standard form of the reciprocal equation and give an example.

4. $x^3+\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{16}x+\frac{1}{72}=0$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து தசம பின்னக்கெழுக்களை நீக்குக.

   Remove the fractional coefficients from the equation $x^3+\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{16}x+\frac{1}{72}=0$.

5. டெஸ்கார்ட்டின் மிகை மூலங்களுக்கான குறிகள் விதியை கூறு.

   State Descarte's rule of signs for positive roots.

6. $x^3-2x-7=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வைப் போல் பத்து மடங்கு தீர்வுகளாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை காண்க.

   Form an equation whose roots are ten times those of $x^3-2x-7=0$.

7. நிறுவுக : $(ab+xy)\ (ax+by) > 4\,abxy$.

   Show that $(ab+xy)\ (ax+by) > 4\,abxy$.

8. வெயிர்ஸ்டார்ஸ்-ன் சமனின்மையை வரையறு.

   Define Weirstrass inequality.

9. 60 முதல் 70 வரை உள்ள பகா எண்களை எழுதுக.

Write down the prime numbers between 60 and 70.

10. $\phi(50)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Find the value of $\phi(50)$.

SECTION B — $(5 \times 5 = 25)$

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் A.P.யில் இருப்பதற்கான உடன்பாட்டைத் தருவி.

Find the condition that the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ may be in A.P.

Or

(ஆ) α, β, γ என்பன $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1)(\gamma^2 + 1)$ -ன் மதிப்புக் காண்க.

If α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$. Find the value of $(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1)(\gamma^2 + 1)$.

12. (அ) தீர்க்க : $4x^4 - 20x^3 + 33x^2 - 20x + 4 = 0$.

Solve : $4x^4 - 20x^3 + 33x^2 - 20x + 4 = 0$.

Or

(ஆ) $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 2-ஆல் குறைத்தால் கிடைக்கும் சமன்பாட்டை காண்க.

Diminish the roots $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ by 2.

13. (அ) $x^4 - 14x^2 + 16x + 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் உள்ள மெய் மூலங்களை காண்க.

Find the number of real roots of the equation $x^4 - 14x^2 + 16x + 9 = 0$.

Or

(ஆ) ரோல்ஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Rolle's theorem.

14. (அ) கோசியின் சமனின்மையை தருவி.

State and prove Cauchy's inequality.

Or

(ஆ) நிறுவுக : $(n!)^2 > n^n, n > 2$.

Prove that $(n!)^2 > n^n, n > 2$.

15. (அ) 1000 ! -ல் 3-ல் அதிகப்படியை காண்க.

Find the highest power of 3 in 1000 !.

Or

(ஆ) (18)!+1 ஆனது 437 -ல் வகுபடும் எனக்காட்டுக.

Show that (18)!+1 is divisible by 437.

SECTION C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

16. $x^7+5x^4+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் 11-வது படிகளின் கூடுதல் பூஜ்ஜியம் எனக் காட்டுக.

Show that the sum of the eleventh powers of the roots $x^7+5x^4+1=0$ is zero.

17. தீர்க்க : $6x^6-35x^5+56x^4-56x^2+35x-6=0$.

Solve : $6x^6-35x^5+56x^4-56x^2+35x-6=0$.

18. a, b, c என்பன $x^3+px^2+qx+r=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $bc-a^2$, $ac-b^2$, $ab-c^2$ -யை மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாடு காண்க.

If a, b, c be the roots of the equation $x^3+px^2+qx+r=0$, find the equation whose roots are $bc-a^2$, $ac-b^2$, $ab-c^2$.

19. $(x^m+y^m)^n<(x^n+y^n)^m$, $m>n$ என நிறுவுக.

Show that $(x^m+y^m)^n<(x^n+y^n)^m$ if $m>n$.

20. லக்ராஞ்சஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Lagrange's theorem.